UEBER DIFFUSE REFLEXION.

INAUGURAL-DISSERTATION

DER

HOHEN PHILOSOPHISCHEN FACULTÄT

DER

FRIEDRICH-ALEXANDER-UNIVERSITÄT ZU ERLANGEN

ZUR

ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE

VORGELEGT

VON

J. B. MESSERSCHMITT
AUS BAMBERG.

MIT EINER TAFEL.

LEIPZIG,
DRUCK VON METZGER & WITTIG.
1888.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546422_0212

Während die Gesetze der Reflexion an ebenen glatten Flächen sich aus relativ einfachen Annahmen theoretisch ableiten lassen und die erhaltenen Formeln durch zahlreiche Versuche mit grosser Annäherung bestätigt werden, so liegt für die diffuse Reflexion sowohl an glatten als auch an rauhen Flächen nur ein relativ kleines Beobachtungsmaterial vor, und ist es bis jetzt noch nicht gelungen, die Gesetze derselben von theoretischen Gesichtspunkten aus zu bewältigen. Nachfolgende Arbeit, wenn auch mehr experimenteller Natur, möge einen kleinen Beitrag zu diesem Gegenstande liefern.

An eine kurze historische Einleitung über den gegenwärtigen Stand der vorliegenden Frage soll sich die Beschreibung der zu den Versuchen benutzten Apparate reihen, hierauf die Mittheilung der Versuche selbst folgen. Es sind dies die in Potsdam angestellten Messungen mit dem Spectralphotometer zur Bestimmung der Grösse der Intensität des reflectirten Lichtes, wenn einfallender und reflectirter Strahl in derselben Ebene liegen. Auf Veranlassung des Hrn. Prof. E. Wiedemann habe ich dann noch einige orientirende Versuche verschiedener Art angeschlossen, um zu zeigen, inwieweit bei dem diffus reflectirten Lichte andere Fragen als bisher berücksichtigt werden müssen. Dann folgen einige Messungen der Helligkeit der Phasen von Kugel und Cylinder; zum Schlusse soll sich ein Vergleich der Beobachtungen mit den bisher aufgestellten Theorien anschliessen.

Einleitung.

Bouguer[1]) und Lambert[2]) haben fast gleichzeitig die Photometrie begründet. Ersterer lieferte hauptsächlich eine Reihe vortrefflicher Beobachtungen, letzterer stellte mehr theoretische Betrachtungen an. So leitete er das Gesetz ab, dass die Intensität der Beleuchtung eines Körpers dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional, was zahlreiche spätere Versuche bestätigten, dem Cosinus des Einfalls- und Austrittswinkels (Incidenz-, bez. Emanationswinkel) des auffallenden, bez. austretenden Strahles direct proportional sei und noch von einer jedem Körper eigenen Constante abhänge, nämlich der Fähigkeit des Körpers, das Licht zu zerstreuen, d. h. von seiner sogenannten Weisse oder Albedo. Mathematisch lässt sich dieses Gesetz nach Beer[1]) folgendermassen formuliren:

$$Q = J \,.\, \mu \cdot \frac{\cos i \,.\, \cos \varepsilon}{r^2} \cdot dp \,.\, dq,$$

worin J die Helligkeit des ausstrahlenden Lichtes, dp, dq die Flächenelemente des Licht aussendenden, bez. Licht empfangenden Körpers, r der Abstand beider Elemente, i und ε Incidenz-, bez. Emanationswinkel und μ die Albedo, einen von der Natur des Elementes und der Farbe des Lichtes abhängigen Coëfficienten, bedeutet.

Die Versuche Lambert's genügten nicht, über die Richtigkeit dieses Gesetzes zu entscheiden, und die Beobachtungen Bouguer's bestätigten dasselbe durchaus nicht, worauf Zöllner[2]) in seinen photometrischen Untersuchungen zuerst auf-

---

1) Bouguer, Essai d'optique sur la gradation de la lumière. Paris 1729, u. Traité d'optique sur la gradation de la lumière. Ouv. posth. publ. de M. l'Abbé de la Caille. Paris 1760.

2) Lambert, Photometria sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae. Augsburg 1760.

3) Beer, Grundriss des photometrischen Calcüls. Braunschweig 1854. — Auf dieses Werk möge wegen der Einzelheiten verwiesen sein. Es soll nur noch bemerkt werden, dass bei Lambert unter i und ε (Incidenz- und Emanationswinkel) stets das Compliment des von uns so bezeichneten Winkels verstanden wird, und er daher statt des Cosinus den Sinus hat.

4) F. Zöllner, Photometrische Untersuchungen. Leipzig 1865. p. 18.

merksam machte. Erst in neuerer Zeit hat W. Möller[1]) für direct emittirtes Licht das Emanationsgesetz an glühenden Körpern geprüft und als richtig befunden, dagegen ist dasselbe nach den Versuchen Ångström's und Godard's[2]) für die strahlende Wärme auch nur annähernd richtig. Einige Messungen von Kanonowitsch[3]) an Papier lieferten ebenfalls sehr grosse Abweichungen.

Hr. Prof. Seeliger[4]) liess in dieser Richtung neuerdings Versuche anstellen, welche wie die Bouguer'schen Beobachtungen das Gesetz nicht bestätigten. Hr. Prof. Lommel[5]) versuchte, theoretisch diesen Fragen nahe zu treten. Auf die Arbeiten dieser Herren werde ich später bei der Besprechung meiner Beobachtungen noch zurückkommen.

Beschreibung des Apparates.

Der zu den Messungen benutzte Apparat setzte sich aus folgenden Theilen zusammen:

1. aus den Lichtquellen, von denen die eine *L* (Fig. 1) das reflectirte Licht lieferte, während die andere *l* als Vergleichslampe diente;

2. aus den zu beobachtenden Flächen mit den nöthigen Vorrichtungen, um dieselben gegen die Lichtquelle unter verschiedenen Winkeln zu neigen und diese wieder zu messen; Fig. *di* nebst Kreis *kk*;

3. aus dem Photometer *abc*.

---

1) W. Möller, Wied. Ann. **24.** p. 266. 1884. — Eine Wiederholung dieser Versuche und einiger ähnlicher Art wären von grossem Interesse, um zu sehen, ob sie das Lambert'sche Emanationsgesetz wirklich allgemein bestätigen.

2) K. Ångström, Wied. Ann. **26.** p. 253. 1885. L. Godard, Ann. de chim. et de phys. (6) **10.** p. 354. 1887. K. Ångström, Bihang till. K. Svenska Vet.-Akad. Handl. **13.** Afd. I. No. 4.

3) Kanonowitsch, Schrift. d. math. Abth. d. neuruss. naturf. Ges. **2.** 1879 u. Fortschr. d. Phys. **35.** p. 430. 1879.

4) H. Seeliger, Vierteljahrsschrift d. astron. Gesellsch. **20.** p. 111 u. 267. 1885; **21.** p. 216. 1886.

5) E. Lommel, Sitzber. d. math.-phys. Cl. d. Acad. München. 1887. p. 95.

1) Als Lichtquelle zur Beleuchtung der reflectirenden Substanzen diente eine Lampe mit Patent-Rundbrenner und einem grossen breiten Reservoir, um Schwankungen der Helligkeit infolge des Sinkens des Petroleums möglichst zu vermeiden. Auf die Lampe wurde ein schwarzer Blechcylinder gesetzt, der an der einen Seite in Flammenhöhe einen runden, ca. 20 mm weiten Ausschnitt hatte.

Zur Herstellung parallelen Lichtes wurde eine Linse von 78,5 mm Durchmesser und 200 mm Brennweite zwischen Lampe und Substanz eingeschoben. Die so erzeugte Parallelität des Lichtes war hierbei selbstverständlich keine vollkommene. Die Divergenz des Lichtes betrug noch ca. 3—4°. Einige Versuche zur Bestimmung eines etwa vorhandenen Einflusses der Divergenz auf die Resultate durch Verschiebung der Lampe, bez. Linse in der Richtung des Radius zeigten, dass dieselbe ohne Einfluss war.

Die Lichtquelle (L) mit der Linse (g) waren auf einem kleinen Brette mit Index angebracht, sodass sie sich auf der Peripherie des Metallkreises ($k\,k$) von 0,5 m Radius drehen liessen; dadurch konnte das Licht unter allen möglichen Winkeln auf die Substanzen fallen. Ein nicht genaues Uebereinstimmen des Index der Beleuchtungslampe mit der Richtung des ausgesandten Lichtes vermischt sich so sehr mit der Nicht-Parallelität desselben, dass es nicht nachweisbar ist. Der Fehler konnte aber einen Grad nicht erreichen.

Die Lampe wurde immer so aufgestellt, dass die Mitte der Flamme von der Mitte des Kreises 508 mm und die vordere Seite des Blechcylinders (des Ausschnittes) von ebenda 477 mm entfernt war. Die Linse stand bei den Beobachtungen von Porzellan-Biscuit und polirtem Marmor 257 mm, bei allen übrigen 273 mm vom Mittelpunkte des Kreises ab, wodurch die Parallelität indess nicht geändert wurde.

Als Vergleichslichtquelle diente eine kleine zum Photometer gehörige Lampe mit Blechcylinder, die in ca. 60 cm Entfernung vom Vergleichsprisma fest aufgestellt war.

2) Die Substanzen wurden in der Mitte des schon oben angegebenen Kreises auf ein Tischchen gestellt, welches auf einem Zapfen drehbar war, und dessen Drehungen mittelst zweier

einander gegenüberliegender Indices am Kreise abgelesen werden konnten. In der Mitte des Tischchens war vom Mechaniker eine Marke angebracht, und zwar so, dass, wenn man den unteren Rand der Vorderfläche der zu beobachtenden Substanzen mit derselben coincidiren liess und den Index des Tischchens auf Null stellte, die Senkrechte zur reflectirenden Oberfläche auf 0^0 zeigte. Durch die Drehung dieses Tischchens und der Beleuchtungslampe liessen sich alle möglichen Einfalls- und Austrittswinkel herstellen für den Fall, dass hierbei der einfallende und austretende Strahl immer in einer Ebene lagen. — Eine etwaige Neigung, d. h. nicht genaues Senkrechtstehen der vorderen Fläche der Substanz wurde durch Lothung möglichst zu vermeiden gesucht, die etwa übrig bleibenden Abweichungen sind so klein, dass dadurch kein merklicher Fehler zu befürchten ist.

3) Als Photometer benutzte ich zu den Untersuchungen ein dem astrophysikalischen Observatorium in Potsdam gehöriges Glan'sches Spectralphotometer in der Form, die ihm Hr. Prof. H. C. Vogel[1]) zur Anwendung in der Astrophysik gegeben, das ich schon früher verwendet habe.[2]) Zu meinen Versuchen habe ich an demselben noch einige Veränderungen angebracht. Ich liess dasselbe auf ein festes Holzstativ anbringen und trennte die Beleuchtungslampe ganz vom Photometer.

Beim Beobachten ist es von Vortheil, wenn die beiden zu vergleichenden Spectralzonen einander möglichst nahe berühren. Um dies auf leichte Weise zu erreichen, habe ich die von Gouy[3]) angegebene Abänderung der Construction angebracht, bei welcher man das den Collimatorspalt halbirende Plättchen durch einen mittelst einer Schraube verschiebbaren Keil ersetzt. Eine geringe Verschiebung dieses Plättchens gestattet, die Farben zur Berührung zu bringen.

Auf das Collimatorrohr, vor dem Spalte, wurde eine Blechkappe gesetzt, welche wieder durch einen Spalt vorn über der einen Hälfte des Spaltes, die das reflectirte Licht von der Substanz empfing, dasselbe durchliess. Dieser Spalt war 1 mm breit und 372 mm vom Mittelpunkte des Kreises entfernt. Vor

1) H. C. Vogel, Berl. Monatsber. März 1877. p. 104.
2) J. B. Messerschmitt, Wied. Ann. 25. p. 655. 1885.
3) Gouy, Ann. de chim. et de phys. (5) 18. p. 5. 1879.

der anderen Spalthälfte war ein totalreflectirendes Prisma angebracht, das von der Seite her, von der zum Spectralphotometer gehörigen Vergleichslampe aus einer Entfernung von ca. 60 cm das Licht erhielt.

Dieses Licht war im Vergleich zum reflectirten noch sehr hell, was die Messungen sehr erschwerte. Die Grösse der Abschwächung des Lichtes bei der diffusen Reflexion mögen folgende Beobachtungen zeigen. Setzte man die Beleuchtungslampe in 0,9 m Entfernung vom Spalte und die Vergleichslampe 0,6 m vom Spalte, und ist die Helligkeit der ersteren gleich 10 000, so ist die Menge des von Biscuit reflectirten Lichtes für einen gewissen Incidenzwinkel i und Emanationswinkel ε wie folgt:

im Roth, $\lambda = 598$		beob.	im Grün, $\lambda = 552$		beob.
i	ε	Helligkeit	i	ε	Helligkeit
10	20	12	30	60	11
20	10	11	45	45	9
30	30	14	60	30	6

im Blau, $\lambda = 485$		beob.
i	ε	Helligkeit
30	60	10
45	45	11
60	30	7

Bei anderen Substanzen erhält man ähnliche Werthe.[1])

Die Schwächung des Lichtes ist also eine ganz enorme, und daher war das Spectrum des reflectirten Lichtes äusserst schwach gegenüber dem der Vergleichslampe. Um die Unterschiede in der Lichtstärke beider zu vergleichender Spectra zu vermindern, habe ich das Licht der Vergleichslampe durch ein Rauchglas (sog. London smoke glass) abgeschwächt, damit die Ablesungen am Nicol keine zu kleinen wurden. Dieses Glas schwächte das Licht im Roth ($\lambda = 598$) um 0,082; im Grün ($\lambda = 552$) um 0,116; im Blau ($\lambda = 485$) um 0,083. Ausserdem wurde der Spalt bei den Messungen so weit aufgemacht (0,4 mm ca.), dass im Sonnenspectrum die stärksten Linien eben verschwanden. Dass dadurch keine merklichen Fehler

1) Siehe auch: A. H. Lee, On a standard for estimating the amount of light reflected by various substances. Proc. of the Amer. acad. of arts and sciences. New. Ser. 7. p. 223. 1880.

entstehen, zeigen die Messungen K. Vierordt's[1]) und die Untersuchungen von W. Dietrich.[2])

Die den Strahlen verschiedener Wellenlängen entsprechenden Lagen des Beobachtungsfernrohrs wurden durch graphische Interpolation aus Ablesungen an dem Theilkreise des Photometers abgeleitet. Die Dispersion des Prismas war so, dass bei Einstellung der *D*-Linie auf 50° 35′ des Kreises sich folgende Einstellungen ergaben:

Theilkreis:	50° 0′	50° 30′	51° 0′	52° 0′	53° 0′	54° 0′
Wellenlängen:	666	598	552	485	439	406.

Der ganze Apparat war so auf einem Tische aufgestellt, dass das Collimatorrohr des Photometers in der Richtung des Radius des Kreises gegen den Mittelpunkt bei 0° hinsah, und der Spalt vertical stand. Letzterer befand sich hierbei in einer Entfernung von 396 mm von der Mitte des Kreises. Bei dieser Aufstellung wurde der Collimator, da keine eigene Vorrichtung zur Controlirung der Parallelität vorhanden war, mittelst Lothung möglichst in die Richtung des Radius gestellt und die Horizontalität durch eine auf das Collimatorrohr gesetzte Wasserwage geprüft. Diese Prüfung wurde von Zeit zu Zeit wiederholt. Da das Collimatorrohr 30 cm lang war, dürfte ein durch die Aufstellung entstandener Fehler 1° nicht erreichen. Ein etwaiger Einfluss ungenauer Aufstellung wurde noch durch die Anordnung der Beobachtungen zu eliminiren gesucht, indem auf beiden Seiten der Normalen zur Substanz beobachtet wurde.

Zwei noch nicht besprochene, vom Photometer abhängige Fehlerquellen mögen hier noch Platz finden:

1) Durch die nicht ganz richtige Aufstellung der Lichtquelle kann ein Fehler eintreten, der durch eine unveränderliche Aufstellung derselben zu heben gesucht wurde. Ausserdem wurden nur Differenzbeobachtungen angestellt, sodass etwa durch die Aufstellung des Lichtes entstehende Fehler von selbst herausfallen.

1) K. Vierordt, Die Anwendung des Spectralapparates zur Photometrie der Absorptionsspectren. Tübingen 1873. — Die Anwendung des Spectralapparates zur quantitativen Analyse. Tübingen 1876.

2) W. Dietrich, Die Anwendung des Vierordt'schen Doppelspaltes in der Spectralanalyse. Stuttgart 1881.

2) Um über den Einfluss der Verschiebung der Farben beim Drehen des Nicols, das sog. Schleudern, einen Anhaltspunkt zu geben, mögen nachstehende Zahlen dienen.[1]) Wenn man die *D*-Linie im I. Quadranten des Nicols bei 0° Ablesung auf 50° 30′ des Horizontalkreises des Photometers stellte, so ergaben sich:

Ablesungen am Horizontalkreis.

Quadrant	I	II	III	IV
Nicol 0°	50° 30′	50° 25′	= 50° 25′	50° 30′
30	30	25	23	29
60	30	27	24	27
90	30 =	30	25 =	25.

Der Unterschied der Ablesungen von 7′ entspricht im Roth bei *B* einer Grösse von 20 $\mu\mu$, bei *D* von 12, bei *F* von 7 und bei *G* von 3 $\mu\mu$. Da aber immer nur in zwei Quadranten beobachtet wurde, und zwar Porzellan im I. und IV., die anderen Substanzen im I. und II., und die Ablesungen am Nicol nur ausnahmsweise über 40° auseinander lagen, so ist der Einfluss des durch das Schleudern entstehenden Fehlers entsprechend kleiner. Derselbe kommt um so weniger in Betracht, als die Intensitätsbeobachtungen für aneinander liegende Farben nahezu dieselben Werthe ergaben.

Messmethode.

Nachdem der Apparat in der oben angegebenen Weise aufgestellt war, wurde bei jedem Einfallswinkel i und Emanationswinkel ε, welche man durch die Stellung von Lampe und untersuchter Substanz erhielt, durch photometrische Messungen auf gleiche Helligkeit des betreffenden Bildes je sechs Einstellungen gemacht, und zwar jede Stellung mindestens zweimal für dieselbe Farbe beobachtet, aus welchen dann das Mittel genommen wurde. Die Unsicherheit von sechs solchen Einstellungen bestimmte ich im Mittel aus mehreren hundert Reihen zu 5 Proc. Lässt man aber die Beobachtungen, die wegen ihrer grossen Lichtschwäche sehr unsicher sind, also die Beobachtungen, für welche $i = 85°$ ist, fort, so ist die Unsicherheit nur

1) E. Ketteler, Theoretische Optik. Braunschweig 1885. p. 600, gibt ähnliche Werthe für sein Spectralphotometer.

noch 4 Proc. Lässt man auch noch die Beobachtungen fort, bei denen $\varepsilon = 85^0$ ist, so geht die Unsicherheit auf 3,6 Proc. zurück. Es ist dies ein Zeichen, dass die Schwäche des Lichtes von ziemlich starkem Einfluss auf die Sicherheit der Beobachtungen ist. Zugleich zeigen aber diese Zahlen, dass die Beobachtungen für den vorliegenden Zweck hinreichend genau sind. Um eine grössere Genauigkeit zu erzielen, müsste man stärkere Lichtquellen benutzen, wobei aber andere Schwierigkeiten auftreten. — Einen weiteren Beweis für die Güte der Beobachtungen werde ich weiter unten (p. 23) geben.

Ich habe nicht die Helligkeit des reflectirten Lichtes mit dem directen der Beleuchtungslampe verglichen, da man nie sicher ist, ob man dieselbe Stelle der Flamme im directen Lichte sieht, sondern eine gewisse Stellung der reflectirenden Platte (nämlich bei 10^0 Incidenz- und 10^0 Emanationswinkel) als Vergleichslage gewählt, mit welcher dann alle übrigen verglichen wurden.

Der Apparat war in einem vollkommen verfinsterbaren und dunkel angestrichenen Zimmer des astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam aufgestellt. Bei den Beobachtungen wurde alles fremde Licht möglichst ausgeschlossen. Die Einstellungen selbst wurden ganz im Dunkeln gemacht, indem ich das Photometer und den Kopf mit einem Tuche bedeckte, damit das Auge möglichst empfindlich bliebe.

Vor jeder Beobachtungsreihe wurden die Lampen gereinigt, gefüllt (mit gereinigtem Petroleum, sog. Luxoröl) und nach dem Anzünden vor Beginn der Beobachtungen einige Zeit brennen gelassen. Da die Lampen nur beschränkte Zeit constant brannten, so habe ich von Zeit zu Zeit auf die Vergleichslage von neuem eingestellt. Der Beleuchtungslampe wurde für jede Reihe eine feste Stellung gegeben, dann die Substanz von 10 zu 10^0 gedreht, indem ich bei jeder Stellung je sechs Einstellungen machte. Hierbei war also die Ebene des eintretenden und austretenden Lichtstrahles stets dieselbe, und zwar stand dieselbe senkrecht zur Substanz. Da ich die Substanz vom Emanationswinkel 0^0 nach beiden Seiten drehte, bekam ich einen Ueberschuss von Beobachtungen in der Art, dass bei einer gewissen Incidenz, z. B. 30^0, die Emanation sowohl auf der einen Seite

der Normalen zur Substanz $+10^0$.... als auch auf der anderen -10^0.... Beobachtungen stattfanden. Eine Zeichnung (Fig. 2) möge dies deutlicher machen. Stellt AB die reflectirende Fläche und CD die Normale zu ihr dar, und fällt das Licht von rechts ein (z. B. FC), so bezeichne ich die austretenden Strahlen rechts von CD, welche also auf derselben Seite der Normalen wie der einfallende Strahl liegen (z. B. CH) mit $-\varepsilon$, die auf der linken Seite zur Normalen (z. B. CG) mit $+\varepsilon$.

Um einen etwaigen Unterschied der diffusen Reflexion für Licht von verschiedener Wellenlänge zu constatiren, untersuchte ich Porzellan an drei Stellen des Spectrums im Roth ($\lambda = 598$), Grün ($\lambda = 552$) und Blau ($\lambda = 485\,\mu\mu$). Das Beobachten im Blau war etwas schwieriger als für die beiden anderen Farben und strengte die Augen mehr an.

Bei den übrigen Substanzen beobachtete ich nur im Grün $\lambda = 552\,\mu\mu$.

Beobachtungen.

Untersucht wurden Platten aus:

1) Biscuit (Porzellan),
2) carrarischem Marmor,
3) Sandstein.
4) Flächen hergestellt aus Gyps und
5) aus Schrotkörnen.

1. Biscuit.

Die untersuchte Fläche war 7 cm breit und 14 cm lang. Sie hatte ein sehr feines Korn und besass ein mattes gleichmässiges Aussehen. Sie ist ein sehr guter Repräsentant zerstreut reflectirender Flächen.

Ich lasse jetzt die Mittelwerthe aus den Beobachtungen für die einzelnen Farben folgen. Die erste Columne enthält den Incidenzwinkel i, die zweite den Emanationswinkel ε mit seinem Vorzeichen, die dritte, vierte und fünfte die Mittelwerthe für Roth (m_r), Grün (m_g) und Blau (m_b). In der sechsten Columne steht das Mittel aus den letzten drei Zahlen; die folgenden drei Columnen enthalten die Abweichungen im Sinne Beobachtung minus Mittelwerth für bez. Roth, Grün und Blau.

i	ε	m_r	m_g	m_b	M	$m-M$		
0	+ 20	1017	972	1082	1024	− 7	− 52	+ 58
	+ 30	1013	979	1028	1007	+ 6	− 28	+ 21
	+ 40	1058	1019	947	1008	+ 50	+ 11	− 61
	+ 50	1005	1069	1055	1043	− 32	+ 26	+ 12
	+ 60	966	967	1018	984	− 18	− 17	+ 34
	+ 70	880	826	887	864	+ 16	− 39	+ 23
	+ 80	487	466	449	467	+ 20	− 1	− 18
5	− 85	210	186	164	187	+ 23	− 1	− 23
	+ 85	198	209	127	178	+ 20	+ 31	− 51
10	+ 10	1000	1000	1000	1000	0	0	0
	+ 20	987	1012	1091	1030	− 43	− 18	+ 61
	− 30	943	965	987	965	− 23	0	+ 22
	+ 30	1043	1024	965	1011	+ 32	+ 13	− 46
	− 40	983	961	1007	984	0	− 24	+ 23
	+ 40	1036	831	1041	969	+ 67	−139	+ 72
	− 50	994	997	987	993	+ 1	+ 4	− 6
	+ 50	1000	993	1031	1008	− 8	− 11	+ 23
	− 60	1027	977	996	1000	+ 27	− 23	− 4
	+ 60	950	1002	963	972	− 22	+ 30	− 8
	− 70	876	821	848	848	+ 28	− 27	0
	+ 70	859	833	816	836	+ 23	− 3	− 20
	− 80	517	451	459	476	+ 41	− 25	− 16
	+ 80	434	469	449	451	− 17	+ 19	− 2
15	+ 15	982	1002	1005	996	− 14	+ 6	+ 9
	− 85	203	231	203	212	− 9	+ 19	− 11
	+ 85	168	195	342	235	− 67	− 40	+108
20	0	942	985	947	958	− 16	+ 27	− 11
	+ 10	951	924	1014	963	− 11	− 39	+ 51
	+ 20	1028	1014	956	999	+ 29	+ 15	− 43
	+ 30	997	968	919	961	+ 36	+ 7	− 42
	− 40	903	926	899	909	− 6	+ 17	− 10
	+ 40	985	943	927	952	+ 33	− 9	− 25
	− 50	924	925	943	931	− 7	− 6	+ 12
	+ 50	911	984	935	943	− 32	+ 41	− 8
	− 60	970	897	940	936	+ 34	− 39	+ 4
	+ 60	898	920	932	917	− 19	+ 3	+ 15
	− 70	863	885	794	847	+ 16	+ 38	− 53
	+ 70	715	744	694	718	− 3	+ 26	− 24
	− 80	510	477	474	487	+ 23	− 10	− 13
	+ 80	444	469	460	458	− 14	+ 11	+ 2
25	+ 25	956	1048	924	976	− 20	+ 72	− 52
	− 85	208	229	208	215	− 7	+ 14	− 7
	+ 85	208	185	164	186	+ 22	− 1	− 22
30	0	852	882	921	885	− 33	− 3	+ 36
	− 10	864	862	876	867	− 3	− 5	+ 9
	+ 10	952	869	925	915	+ 37	− 46	+ 10
	+ 20	945	923	928	932	+ 13	− 9	− 4
	+ 30	879	899	900	893	− 14	+ 6	+ 7
	+ 40	870	885	865	873	− 3	+ 12	− 8
	− 50	900	861	811	857	+ 43	+ 4	− 46
	+ 50	840	911	844	865	− 25	+ 46	− 21
	− 60	776	842	852	823	− 47	+ 19	+ 29

i	ε	m_r	m_g	m_b	M	$m-M$		
30	+ 60	855	798	852	835	+ 20	— 37	+ 17
	— 70	928	747	703	793	+135	— 46	— 90
	+ 70	789	786	852	809	— 20	— 23	+ 43
	— 80	478	526	430	478	0	+ 48	— 48
	+ 80	466	464	460	463	+ 3	+ 1	— 3
35	+ 35	821	878	847	849	— 28	+ 29	— 2
	— 85	219	210	176	202	+ 17	+ 8	— 26
	+ 85	178	201	142	174	+ 4	+ 27	— 32
40	0	885	776	870	844	+ 41	— 68	+ 26
	— 10	751	709	810	757	— 6	— 48	+ 53
	+ 10	825	830	873	843	— 18	— 13	+ 30
	— 20	751	770	755	759	— 8	+ 11	— 4
	+ 20	778	796	768	781	— 3	+ 15	— 13
	+ 30	800	817	808	808	— 8	+ 9	0
	+ 40	769	779	725	758	+ 11	+ 21	— 33
	+ 50	835	823	783	814	+ 21	+ 9	— 31
	— 60	783	688	724	732	+ 51	— 44	— 8
	+ 60	531	773	750	685	—154	+ 88	+ 65
	— 70	673	648	644	655	+ 18	— 7	— 11
	+ 70	452	763	771	662	—210	+101	+109
	— 80	449	436	425	437	+ 12	— 1	— 12
	+ 80	462	453	508	474	— 12	— 21	+ 34
45	+ 45	741	750	704	732	+ 9	+ 18	— 28
	— 85	216	205	193	205	+ 11	0	— 12
	+ 85	209	186	182	192	+ 17	— 6	— 10
50	0	726	699	730	718	+ 8	— 19	+ 12
	— 10	673	676	701	683	— 10	— 7	+ 18
	+ 10	668	603	706	659	+ 9	— 56	+ 47
	— 20	630	636	694	653	— 23	— 17	+ 41
	+ 20	606	646	680	644	— 38	+ 2	+ 36
	— 30	640	656	663	653	— 13	+ 3	+ 10
	+ 30	650	680	630	653	— 3	+ 27	— 23
	+ 40	708	720	637	688	+ 20	+ 32	— 51
	+ 50	695	658	676	676	+ 19	— 18	0
	+ 60	771	758	720	750	+ 21	+ 8	— 30
	— 70	637	560	537	578	+ 59	— 18	— 41
	+ 70	728	682	865	758	— 30	— 76	+107
	— 80	354	391	412	386	— 32	+ 5	+ 26
	+ 80	523	410	452	462	+ 61	— 51	— 10
55	+ 55	690	666	716	691	— 1	— 25	+ 25
	— 85	208	191	226	208	0	— 17	+ 18
	+ 85	208	205	200	203	+ 5	— 2	— 3
60	0	514	486	685	562	— 48	— 76	+123
	— 10	531	506	571	536	— 5	— 30	+ 35
	+ 10	479	493	596	523	— 44	— 30	+ 73
	— 20	571	485	592	549	+ 22	— 64	+ 43
	+ 20	500	558	481	513	— 13	+ 45	— 32
	— 30	462	494	549	502	— 40	— 8	+ 47
	+ 30	582	542	451	525	+ 57	+ 17	— 74
	— 40	511	479	458	483	+ 28	— 4	— 25
	+ 40	561	476	564	534	+ 27	— 58	+ 30
	+ 50	586	633	637	619	— 33	+ 14	+ 18

i	ε	m_r	m_g	m_b	M	$m - M$		
60	+ 60	641	603	628	624	+ 17	− 21	+ 4
	+ 70	728	577	667	657	+ 71	− 80	+ 10
	− 80	405	332	378	372	+ 33	− 40	+ 6
	+ 80	283	458	445	395	−112	+ 63	+ 50
65	+ 65	549	594	614	586	− 37	+ 8	+ 28
	− 85	194	173	161	176	+ 18	− 3	− 15
	+ 85	238	295	289	274	− 36	+ 21	+ 15
70	0	349	397	354	367	− 18	+ 30	− 13
	− 10	352	329	391	357	− 5	− 28	+ 34
	+ 10	332	370	310	337	− 5	+ 33	− 27
	− 20	373	353	364	363	+ 10	− 10	+ 1
	+ 20	364	381	373	373	− 9	+ 8	0
	− 30	362	330	357	350	+ 12	− 20	+ 7
	+ 30	366	318	322	335	+ 31	− 17	− 13
	− 40	358	382	355	365	− 7	+ 17	− 10
	+ 40	452	416	382	417	+ 35	− 1	− 35
	− 50	347	336	342	342	+ 5	− 6	0
	+ 50	428	401	426	418	+ 10	− 17	+ 8
	+ 60	551	443	497	497	+ 54	− 54	0
	+ 70	518	529	512	520	− 2	+ 9	− 8
	+ 80	582	549	552	561	+ 21	− 12	− 9
75	+ 75	663	562	586	604	+ 59	− 42	− 18
	+ 85	540	632	572	581	− 41	+ 51	− 9
80	0	158	219	167	181	− 23	+ 38	− 14
	− 10	169	170	173	171	− 2	− 1	+ 2
	+ 10	193	224	182	200	− 7	+ 24	− 18
	− 20	184	163	208	185	− 1	− 22	+ 23
	+ 20	172	172	161	168	+ 4	+ 4	− 7
	− 30	199	201	196	199	0	+ 2	− 3
	+ 30	203	229	167	200	+ 3	+ 29	− 33
	− 40	203	172	209	195	+ 8	− 23	+ 14
	+ 40	211	213	201	208	+ 3	+ 5	− 7
	− 50	174	167	185	175	− 1	− 8	+ 10
	+ 50	248	220	244	237	+ 11	− 17	+ 7
	− 60	160	158	166	161	− 1	− 3	+ 5
	+ 60	283	276	270	276	+ 7	0	− 6
	+ 70	496	431	424	450	+ 46	− 19	− 26
	+ 80	918	892	776	862	+ 56	+ 30	− 86
85	− 5	111	83	89	94	+ 17	− 11	− 5
	+ 5	104	99	98	100	+ 4	− 1	− 2
	− 15	89	86	95	90	− 1	− 4	+ 5
	+ 15	92	89	79	87	+ 5	+ 2	− 8
	− 25	107	81	84	91	+ 16	− 10	− 7
	+ 25	101	130	79	103	− 2	+ 27	− 24
	− 35	105	105	101	104	+ 1	+ 1	− 3
	+ 35	143	119	92	118	+ 25	+ 1	− 26
	− 45	70	104	94	89	− 19	+ 15	+ 5
	+ 45	155	115	129	133	+ 22	− 18	− 4
	− 55	100	89	87	92	+ 8	− 3	− 5
	+ 55	139	137	123	133	+ 6	+ 4	− 10
	− 65	90	94	78	87	+ 3	+ 7	− 9
	+ 65	266	197	217	227	+ 39	− 30	− 10
	+ 75	499	435	441	458	+ 41	− 23	− 17

Zur besseren Uebersicht seien noch die beobachteten Lichtquantitäten für die positiven und negativen Emanationen zusammengestellt:

ε positiv.

$+\varepsilon$	$i=0^0$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
0^0	1000	—	—	—	948	—	876	—	836	—	711	—	556	—	364	—	179	—
5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	96
10	—	—	990	—	953	—	906	—	835	—	652	—	518	—	334	—	198	—
15	—	—	—	986	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	87
20	1014	—	1020	—	989	—	923	—	773	—	638	—	508	—	369	—	166	—
25	—	—	—	—	—	966	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	96
30	997	—	1001	—	951	—	884	—	800	—	646	—	520	—	332	—	198	—
35	—	—	—	—	—	—	—	841	—	—	—	—	—	—	—	—	—	110
40	998	—	959	—	942	—	864	—	750	—	681	—	529	—	413	—	206	—
45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	725	—	—	—	—	—	—	—	110
50	1033	—	998	—	934	—	856	—	806	—	669	—	613	—	414	—	235	—
55	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	684	—	—	—	—	—	111
60	989	—	962	—	908	—	827	—	678	—	742	—	618	—	492	—	273	—
65	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	580	—	—	—	155
70	955	—	828	—	711	—	801	—	655	—	750	—	650	—	515	—	445	—
75	688	—	582	—	627	—	586	—	554	—	615	—	542	—	630	598	551	483
80	462	—	447	—	453	—	458	—	469	—	457	—	391	—	555	—	853	—
85	143	—	145	—	120	198	161	186	175	196	182	203	197	223	393	375	1313	—
cos	1000	996	985	966	940	906	866	819	766	707	643	574	500	423	342	259	174	87

ε negativ.

$-\varepsilon$	$i=0^0$	10	20	30	40	50	60	70	80
0^0	1000	—	948	876	836	711	556	364	179
10	—	—	—	858	749	676	531	353	169
20	1014	—	—	—	751	646	544	359	183
30	997	955	—	—	—	647	497	346	197
40	998	974	900	—	—	—	478	361	193
50	1033	983	922	848	—	—	—	339	173
60	975	990	927	815	725	—	—	—	159
70	955	840	839	785	648	572	—	—	—
80	462	471	482	473	433	382	368	—	—
cos	1000	985	940	866	766	643	500	342	174

Da die Stellung $i = 0$, $\varepsilon = 0$ nicht beobachtet werden kann, und ich zur Berechnung der Beobachtungen $i = 10$, $\varepsilon = 10$ als Vergleichsstellung annahm, so wurde durch Extrapolation der Werth für $i = 0$, $\varepsilon = 0$ gesucht und dann $= 1000$ gesetzt, und dementsprechend wurden die übrigen Zahlen verringert.

Eine graphische Darstellung, wie sie auch Zöllner, Bouguer folgend, gibt, möge die Verhältnisse bei der diffusen Reflexion anschaulicher machen. Sei AB (Fig. 3—7) die zerstreut reflectirende Fläche, und CD die Normale darauf zugleich die Länge des bei senkrechter Incidenz und Emanation reflectirten Lichtes. Der in C und D berührende Kreis entspricht dem Lambert'schen Cosinusgesetze. Ich gebe die Curven für $i = 0$ (— — — —), $\varepsilon = 0$ (.....) und $i = \varepsilon$ (— · — · —).

2. Marmor.

Ein Stück von 4 cm Breite und 8 cm Höhe wurde bei verschiedener Oberflächenbeschaffenheit benutzt, und zwar:

1) unpolirt, wie die Fläche beim Schneiden des Steines entsteht; dabei hat die Fläche ziemlich grosse Unregelmässigkeiten und ist ohne jeden Glanz;

2) matt polirt,

3) blank polirt. Bei den beiden letzten Oberflächen tritt regelmässige Reflexion auf. Es sei gleich hier darauf hingewiesen, dass die regelmässige Reflexion von 0° an abnimmt und am schwächsten bei ca. 60° Incidenzwinkel ist, dann aber sehr rasch zunimmt und mit streifendem Einfall ihren grössten Werth erreicht.

Unpolirter Marmor.

ε	$i = 0°$	10	15	20	30	40	45	50	60	70	80
0°	1000	—	—	928	853	739	—	584	479	341	180
10	—	980	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	—	—	885	—	—	—	513	—	—
20	914	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
30	923	—	934	—	823	—	754	—	510	401	213
40	910	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
45	—	—	—	—	883	—	—	—	583	—	—
50	939	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
60	949	—	923	—	847	—	781	—	621	502	370
70	883	—	—	—	881	—	—	—	762	—	—
80	478	—	—	—	577	—	—	—	575	—	—
cos	1000	985	966	940	866	766	707	643	500	342	174

Matt polirter Marmor.

ε	$i = 0^0$	10	15	20	30	45	60	70	75	80	85
0^0	1000	—	—	569	—	491	327	223	—	107	—
10	—	992	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	992	—	—	470	—	—	—	—	—
20	580	—	—			—	—	—	—	—	—
30	—	—	—	—	991	547	—	—	—	—	—
45	594	—	634	—	594	626	372	228	207	133	85
60	626	—	—	—	—	546	478	—	—	—	—
70	633	—	—	—	—	491	—	—	—	—	—
75	526	—	427	—	439	407	414	1312	3810	9365	—
80	275	—	—	—	—	254	—	—	—	6806	—
85	86	—	—	—	—	84	—	—	—	—	—
cos	1000	985	966	940	866	707	500	342	259	174	87

Blank polirter Marmor.

ε	$i = 0^0$	10	15	20	30	40	45	50	60	70	75	80
0^0	1000	—	—	149	127	116	—	89	69	45	30	17
10	—	990	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	995	—	135	—	—	—	64	—	—	—
20	148	—	—	905	—	—	—	—	—	—	—	—
30	139	—	137	—	950	—	102	—	71	44	29	17
40	139	—	—	—	—	508	—	—	—	—	—	—
45	—	—	—	—	115	—	392	—	67	—	—	—
50	139	—	—	—	—	—	—	196	—	—	—	—
60	135	—	131	—	115	—	103	—	166	117	56	38
70	107	—	—	—	110	—	—	—	77	924	—	—
75	68	—	39	—	39	—	44	—	61	310	1994	1864
80	37	—	—	—	36	—	—	—	36	—	—	—
cos	1000	985	966	940	866	766	707	643	500	342	259	174

3. Sandstein.

Es war dies gelblichweisser Sandstein mit sehr feinem Korn, ca. 17 cm lang und 11 cm breit. Die Fläche war nicht ganz eben.

ε	$i = 0^0$	10	15	20	30	45	60	70	75	80
0^0	1000	—	—	980	—	801	562	417	—	198
10	—	980	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	1002	—	—	729	—	—	—	—
20	888	—	—	—	—	—	—	—	—	—
30	—	—	—	—	817	724	—	—	—	—
45	940	—	936	—	979	741	633	425	—	271
60	969	—	—	—	—	780	600	—	—	—
70	951	—	—	—	—	726	—	528	—	—
75	851	—	—	—	—	782	—	—	527	—
80	574	—	—	—	—	642	—	—	—	544
cos	1000	985	966	940	866	707	500	342	259	174

4. Gyps.

Um zu sehen, welchen Einfluss Unregelmässigkeiten der Oberfläche der zu reflectirenden Substanzen auf die diffuse Reflexion haben, stellte ich zwei Flächen aus Gyps wie folgt dar. Auf ein ebenes Brettchen von 7,5 cm Breite und 15 cm Höhe strich ich feuchten Gyps, welchem ich beliebige Erhöhungen gab, bis zu 1 cm Höhe circa. Es sah hierbei eine solche Fläche einem Modelle einer Mondlandschaft in Gyps nicht unähnlich. Bei der einen Fläche streute ich, bevor die Masse getrocknet war, trockenen Gyps darauf, wodurch dieselbe ein mehr dunkles Aussehen mit rauherer Oberfläche bekam. Die andere liess ich so trocknen, und war dieselbe mehr glatt und hell. Die erstere Fläche werde ich mit „Gyps A“, letztere mit „Gyps B“ bezeichnen.

Gyps A.

ε	$i = 0^0$	10	15	20	30	45	60	70	80
0^0	1000	—	—	902	—	654	517	377	177
10	—	991	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	982	—	—	630	—	—	—
20	929	—	—	974	—	—	—	—	—
30	—	—	—	—	881	618	—	—	—
45	980	—	908	—	818	593	446	271	117
60	879	—	—	—	—	582	364	—	—
70	974	—	—	—	—	566	—	218	—
80	677	—	—	—	—	396	—	—	87
cos	1000	985	966	940	866	707	500	342	174

Gyps B.

ε	$i = 0^0$	10	15	20	30	45	60	70	80
0^0	1000	—	—	1045	—	851	614	317	167
10	—	990	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	956	—	—	841	—	—	—
20	1082	—	—	992	—	—	—	—	—
30	—	—	—	—	952	571	—	—	—
45	1215	—	920	—	846	694	454	377	223
60	736	—	—	—	—	512	324	—	—
70	512	—	—	—	—	292	—	123	—
80	248	—	—	—	—	130	—	—	18
cos	1000	985	966	940	866	707	500	342	174

5. Schrot.

Um den Einfluss regelmässig vertheilter Erhöhungen auf der Oberfläche eines diffus zerstreuenden Körpers zeigen zu können, stellte ich zwei Flächen aus Schrotkörnern her, indem ich dieselben sehr gleichmässig vertheilt auf einem Brettchen von 7 cm Länge und Breite befestigte. Ich benutzte dazu einmal Schrot vom Durchmesser von 3,4 mm und von 3,9 mm. Um die Lichtstärke des reflectirten Lichtes zu erhöhen, bemalte ich die so entstandenen Flächen mit Cremserweiss, jedoch so, dass die dazwischen liegenden leeren Stellen nicht ausgefüllt, d. h. die Unebenheiten möglichst wenig verändert wurden. Es ist noch zu bemerken, dass diese Flächen infolge der Bemalung mit Oelfarbe etwas glänzten. Ich werde dieselben mit „Schrot klein“ und „Schrot gross“ bezeichnen.

Schrot klein.

ε	$i = 0^0$	10	15	20	30	45	60	70	75	80
0^0	1000	—	—	926	—	679	507	346	—	147
10	—	920	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	845	—	—	665	—	—	—	—
20	1006	—	—	—	—	—	—	—	—	—
30	955	—	—	—	977	593	—	—	—	—
45	986	—	863	—	593	506	248	116	—	90
60	1034	—	—	—	—	420	221	—	—	—
70	1057	—	—	—	—	392	—	181	—	—
75	762	—	—	—	—	265	—	—	227	—
80	651	—	—	—	—	241	—	—	—	391
cos	1000	985	966	940	866	707	500	342	259	174

Schrot gross.

ε	$i = 0^0$	10	15	20	30	45	60	70	75	80
0^0	1000	—	—	897	—	569	467	317	—	174
10	—	920	—	—	—	—	—	—	—	—
15	—	—	759	—	—	616	—	—	—	—
20	961	—	—	—	—	—	—	—	—	—
30	925	—	—	—	628	544	—	—	—	—
45	945	—	774	—	610	444	253	164	—	99
60	876	—	—	—	—	403	197	—	—	—
70	833	—	—	—	—	361	—	201	—	—
75	—	—	—	—	—	268	—	—	331	—
80	475	—	—	—	—	254	—	—	—	586
cos	1000	985	966	940	866	707	500	342	259	174

Einfluss des Azimuths der Einfallsebene und Emanationsebene auf die Lichtintensität.

Im allgemeinen wird es nicht gleichgültig sein, ob die Einfallsebene und Emanationsebene eines Lichtstrahles bei einem diffus reflectirenden Körper dieselbe ist oder nicht, d. h. ob beide unter einem gewissen Azimuth zu einander geneigt sind.

Bei den Beobachtungen an Biscuit hatten die beiden Ebenen ein Azimuth von 0 und 180°, und es zeigten sich hierbei nur geringe Unterschiede für die Helligkeit in den beiden Azimuthen, und zwar in der Weise, dass für die kleineren Winkel i und ε bei 0° Azimuth die gemessene Helligkeit etwas grösser ist als für die Beobachtungen bei 180° Azimuth. Bei den grossen Winkeln i und ε jedoch übertrifft die Helligkeit bei Azimuth 180° die bei 0° Azimuth, da hier die Erscheinungen des streifenden Einfalls in Betracht zu ziehen sind. Um noch zu untersuchen, wie sich die Verhältnisse in anderen Ebenen gestalten, habe ich noch einige Versuche angestellt. Hierzu wurde folgender Apparat benutzt.

Auf die Alhidade eines Theodoliten wurde nach Wegnahme des Fernrohrs nebst Höhenkreis ein Brettchen befestigt und auf denselben die Substanz so gestellt, dass sie noch um eine Horizontalaxe gedreht werden konnte. Hierbei wurden die Winkel für die Einstellung des Horizontal- und Höhenkreises vorher mittelst sphärischer Trigonometrie berechnet. Diese Substanz, als welche ich ein Stück weissen Cartons benutzte, wurde vermittelst einer Gaslampe erleuchtet, nachdem das Licht vorher durch eine Linse parallel gemacht worden war. Als Photometer wurde ein Glan'sches Spectralphotometer benutzt, das durch Wegnahme des Prismas in ein gewöhnliches verwandelt wurde. Sowohl bei der Aufstellung als bei den Versuchen selbst wurde die nöthige Vorsicht getroffen, um Fehler zu vermeiden.

Es zeigte sich hierbei, dass es nicht gleichgültig ist, ob der eintretende Strahl mit dem austretenden in derselben Ebene liegt oder nicht. Nachfolgende Zahlen, Mittelwerthe aus mehrfachen Einstellungen, welche auf 6 Proc. ca. genau sind, mögen die dabei vorkommenden Abweichungen zeigen:

Azimuth	Einfallswinkel	Austrittswinkel	beob. Intensität	
0°	45°	45°	100	—
90			68	—
135			100	—
0	60	60	83	100
90			57	68
135			66	79

Einige Beobachtungen an einem mit Sandstein matt polirten Marmor liessen schon durch den blossen Anblick die Abhängigkeit der Intensität vom Azimuth erkennen.

Einfluss der Farbe.

Betrachtet man die oben angegebenen Beobachtungen an Biscuit, bei welchen in den letzten drei Columnen gleich die Differenzen zwischen Beobachtung und Mittelwerth gegeben sind, und bildet man die Summe der + Differenzen, d. h. diejenigen, bei welchen die beobachtete Zahl grösser ist als das Mittel und die Summe der — Differenzen, bei welchen sie kleiner ist, so ergibt sich:

	Roth	Grün	Blau	Gesammtsumme
Summe der + Abweichungen	+2006	+1528	+2011	+5545
Summe der — Abweichungen	—1744	—2026	—1777	—5547
Summe	+ 262	— 498	+ 234	— 2.

Die Summe der + und — Abweichungen sind einander gleich. — Bildet man aber die Summe der Abweichungen in Procenten, so ergibt sich:

	Roth	Grün	Blau	Gesammtsumme
Summe der + Abweichungen	+436	+334	+338	+1108
Summe der — Abweichungen	—420	—444	—532	—1396
Summe	+ 16	—110	—194	— 288.

Da für die Beobachtungen im Roth die + Abweichungen grösser sind, als im Grün und Blau, ebenso für die Beobachtungen im Blau die — Abweichungen am meisten vorherrschen und die Differenzen im Sinne Beobachtung minus Mittel gebildet wurden, so folgt, dass die Gesammtsumme der beobachteten Helligkeit für Roth grösser ist, als für Grün, und letztere wieder grösser als für Blau.

Fresnel[1]) fand nun, dass der Grenzwinkel, für den zu der unregelmässigen Zurückwerfung deutliche regelmässige hin-

1) Fresnel, Oeuvres completes 1. p. 226. Paris 1866.

zutritt, für die verschiedenen Wellenlängen verschieden ist, und zwar tritt die regelmässige Zurückwerfung für Roth früher ein, als für Gelb, Grün u. s. w. Seine eigenen Experimente und die von Hankel[1]) bestätigten auch dies Resultat.

Aus diesem Grunde muss auch in unserem Falle die Summe der Helligkeiten des von einem unregelmässig reflectirenden Körper zurückgeworfenen Lichtes für Roth grösser sein, als für Grün und Blau u. s. w., wie sich das auch in den Beobachtungen ausspricht. Bei den grossen Incidenz- und Emanationswinkeln deutlicher, so z. B. für $i = 80^0$ und $\varepsilon = +60^0$, $+70^0$, $+80^0$. — Bildet man nun noch die Summe der Abweichungen für die + Emanationen allein, so kommt:

	Roth	Grün	Blau	Gesammtsumme
Summe der + Abweichungen in Proc.	+275	+257	+213	+745
Summe der — Abweichungen in Proc.	—320	—268	—377	—965
Summe	— 45	— 11	—164	—220.

Es bleibt auch hier der Unterschied bestehen. Der starke Ueberschuss der negativen Abweichungen bei allen Farben rührt offenbar von dem starken Anwachsen der Helligkeit beim Eintritt der regelmässigen Reflexion her. Da gerade bei diesen grossen Winkeln die Aufstellungsfehler des Apparates von sehr grossem Einfluss sind, weil hier die Helligkeit des reflectirten Lichtes sich rasch ändert, so zeigen die Beobachtungen ausserdem noch, dass sie als gut bezeichnet werden dürfen, und dass die Instrumentalfehler keine grossen gewesen sind.

Es mögen hier noch einige Beobachtungen Platz finden, welche mit dem Spectralphotometer über die Intensität des reflectirten Lichtes für verschiedene Farben von verschiedenen Substanzen angestellt wurden. Die Herren Prof. H. C. Vogel und Dr. Müller[2]) haben seiner Zeit, als sie den Mond spectralphotometrisch beobachteten, zum Vergleich das reflectirte Licht einiger irdischer Substanzen benutzt. Ich habe die Beobachtungen wiederholt und noch einige an anderen Substanzen hinzugefügt. Da beide genannte Herren[3]) auch verschiedene

1) W. Hankel, Pogg. Ann. **100.** p. 302. 1857.

2) H. C. Vogel, Berl. Monatsber. März 1877. p. 104 u. Oct. 1880. p. 801.

3) H. C. Vogel u. Müller, Vierteljahrsschrift d. astron. Gesellschaft. 1882. p. 230.

Färbungen auf dem Monde constatiren konnten, und es wünschenswerth ist, eine grössere Anzahl irdischer Vergleiche zu haben, so können diese Beobachtungen als Anhaltspunkte dienen.

Es mögen zunächst die Beobachtungen folgen. Die Ueberschriften geben die benutzten Substanzen; in der ersten Columne steht die Wellenlänge. Eine Stellung, nämlich 552 $\mu\mu$, wurde als Vergleichsstellung verwendet und deren Intensität gleich 100 gesetzt.

Wellenlänge	Himmelslicht bedeckt	Himmelslicht klar	Wellenlänge	Himmelslicht bedeckt	Himmelslicht klar	Wellenlänge	Himmelslicht bedeckt	Himmelslicht klar
666	457	457	552	100	100	485	28	24
629	321	312	533	70	—	460	22	11
598	215	251	517	55	51	439	11	6
574	152	—	500	38	—			

Wellenlänge	Conceptpapier gelbes	Conceptpapier rothes	Conceptpapier blaues	Blauer Carton	Weisses Papier	Ziegelstein	Kieselstein	Lehm	Sandstein weisslich	Schwarzer Dolerit	Sand	Ackererde	Gemisch aus Sand, Erde und Lehm	Biscuit
666	378	327	258	533	343	141	378	225	339	381	235	217	275	198
629	262	274	227	396	237	109	239	210	253	264	218	181	229	—
598	214	220	176	255	198	90	189	140	157	190	157	143	146	120
552	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
517	51	57	44	41	48	68	54	65	49	50	54	60	67	94
485	30	31	23	19	26	44	32	48	28	31	40	38	42	92
460	19	19	14	12	14	30	22	37	19	22	27	27	36	—
439	13	14	12	10	13	26	20	33	18	17	21	26	31	—

Mit Ausnahme der Beleuchtung von Biscuit wurde als Lichtquelle die Sonne benutzt und die Substanzen so gestellt, dass die Strahlen nahezu senkrecht einfielen und unter ca. 30^0 austraten. Bei Biscuit wurde Lampenbeleuchtung verwendet und hierbei Incidenz- und Emanationswinkel $= 10^0$ gesetzt.

Die Beobachtungen stimmen mit denen der oben genannten Herren gut überein. Für das Himmelslicht wäre es wünschenswerth, einmal Beobachtungen mit dem Spectralphotometer unter verschiedenen Azimuthen und Höhen anzustellen unter Berücksichtigung des Sonnenstandes, wie dies für gewöhnliches Licht zum Theil durchgeführt worden ist.[1])

1) Wild, Bull. de l'acad. d. St. Pétersbourg. **21.** p. 312. 1876. L. Weber, Wied. Ann. **26.** p. 374. 1885; Astron. Nachr. **118.** Nr. 2810. 1887.

Polarisation des diffus reflectirten Lichtes.

Einige hierüber angestellte Versuche an einem mit Sandstein matt geschliffenen Marmor und mattem Cartonpapier unter Anwendung einer dichroskopischen Loupe und eines Savart'schen Polarisators ergaben sowohl für Lampenlicht als für directes Sonnenlicht folgende Resultate.

Für nahe senkrechte Beleuchtung ist selbst für Emanationswinkel $> 80^0$ kaum eine Polarisation nachweisbar. Wachsen dagegen die Incidenzwinkel, so hängt die Polarisation von dem Winkel ab, den die Ebene des austretenden Strahles mit dem des einfallenden bildet. Sind beide Ebenen auf derselben Seite, haben sie also ein Azimuth 0^0, so ist fast keine Polarisation vorhanden selbst für sehr grosse Incidenz und Emanationswinkel. Stehen jedoch beide Ebenen unter einem Azimuth von 180^0 zu einander, so tritt zunächst bei kleinen Incidenzwinkeln und grossen Emanationswinkeln schwache Polarisation auf. Für Incidenzen von $i = 60^0$ an ist bei $\varepsilon = +80^0$ die Polarisation schon sehr stark, nimmt aber mit ε ab und ist für $\varepsilon = 0^0$ verschwunden. Wächst i noch mehr bis über 80^0, so nimmt auch die Polarisation des reflectirten Lichtes zu, selbst bis $\varepsilon = 0^0$.

Stehen die beiden Ebenen der einfallenden und austretenden Strahlen unter verschiedenen Azimuthen zu einander, so treten alle Zwischenstufen zwischen den Resultaten bei Azimuth 0 und 180^0 auf. Bei allen diesen Beobachtungen schwingt der Strahl senkrecht zur Ebene, welche durch den eintretenden Strahl und durch den beobachteten gelegt werden kann.[1])

Aus diesen Beobachtungen erklärt sich auch, warum Arago[2]) und später Secchi[3]) für den Mond nachwiesen, dass besonders im ersten Viertel (und in den grauen Mondflecken) polarisirtes Licht vorhanden sei, für den Vollmond dagegen keines.

1) A. Ångström, Pogg. Ann. **90.** p. 582. 1853. La Provostaey et Desains, Compt. rend. **33.** p. 444. 1851.

2) Arago, Compt. rend. **18.** p. 1119. 1844 u. Astronomie **1.** (2.) p. 18.

3) Secchi, Monthly Notices Astr. Soc. **20.** p. 70. 1860.

Kugel und Cylinder.

Zur Erkenntniss der physischen Beschaffenheit der Himmelskörper, besonders auch der Planeten unseres Sonnensystems, bietet die Photometrie ein unschätzbares Hülfsmittel, wie die Beobachtungen von Seidel[1]), Bond[2]), Zöllner[3]), Engelmann[4]), H. C. Vogel[5]), Müller und andere zur Genüge dargethan haben. Allein es haben sich aus den Beobachtungen auch Eigenthümlichkeiten in den Helligkeitsänderungen, hervorgerufen durch die Phasen, gezeigt, die sich nicht immer recht erklären lassen. Abgesehen von den Beobachtungen am Monde seien nur die Beobachtung Bremiker's[6]) über die Helligkeit der Venus bei Gelegenheit der Sonnenfinsterniss vom 18. Juli 1860 und die Beobachtungen Müller's[7]) an kleinen Planeten (besonders an Ceres u. a.) angeführt.

Zöllner hat für den Mond durch Rechnung gefunden, dass die Helligkeit desselben die eines Kreiscylinders von demselben Durchmesser wie der Mond, und dessen Höhe zwei Drittel dieses Durchmessers ist. Searle[8]) und Seeliger[9]) haben allerdings nachgewiesen, dass dies Resultat Zöllner's infolge eines Irrthums nicht richtig ist und nur zufällig die von Zöllner gefundene Formel mit den Beobachtungen harmonirt.

Lambert findet für die Helligkeit eines Planeten bei verschiedenen Phasen den Werth:

$$\frac{1}{\pi}(\sin v - v\cos v),$$

wo v, die Phase, der äussere Winkel am Planeten im Dreieck Erde, Planet, Sonne ist.

1) L. Seidel, Monumenta saecularia d. Münch. Acad. 1859.

2) G. P. Bond, Mem. of the Amer. Acad. New Ser. 8. 1861.

3) F. Zöllner, Photometr. Unters. Leipzig 1865; Pogg. Ann. Jubelb. p. 624. 1874.

4) R. Engelmann, Ueber die Helligkeitsverhältnisse der Jupitertrabanten. Leipzig 1871.

5) H. C. Vogel, Berl. Monatsber. Oct. 1880. p. 801.

6) C. Bremiker, Berl. Monatsber. 1860. p. 693.

7) G. Müller, Astron. Nachr. **110.** Nr. 2631; **114.** Nr. 2724.

8) A. Searle, Proc. of the Amer. Acad. 1884. p. 310.

9) H. Seeliger, Vierteljahrsschr. d. astron. Gesellsch. **21.** p. 228. 1886.

Searle und Seeliger finden an Stelle der Zöllner'schen Formel für einen Cylinder mit der Phase v für die beobachtete Lichtquantität:

$$L = \frac{2}{\pi}[\sin(v-\beta) - (v-\beta)\cos(v-\beta)], \quad \text{wo } v < 2\beta,$$

und: $L = \frac{1}{\pi}[\sec\beta] \,.\, [\sin v - v \,.\, \cos v - 2\beta \sin\beta \sin(v-\beta)],$

wo $v > 2\beta$ und β der Winkel ist, den die Erhebungen mit der Mondoberfläche bilden. Searle gibt auch eine Tafel für verschiedene Werthe von β.

Da man meines Wissens bis jetzt noch nicht den Versuch angestellt hat, einmal experimentell den Einfluss der Phase — d. i. der Aussenwinkel am Dreieck Beobachter, Körper, Lichtquelle — auf die Helligkeit zu untersuchen, liess ich eine Kugel und einen Cylinder herstellen. Der Durchmesser beider betrug 1,2 cm, die Höhe des Cylinders mass 10 cm. Zur Beobachtung benutzte ich den oben (p. 5) beschriebenen Apparat und drehte hierbei den Spalt des Photometers so weit auf, dass der Oeffnungswinkel, welchen der Spalt mit den Rändern der Kugel bildete, von der Grösse war, dass alles von der Kugel auf den Spalt fallende Licht ausgenutzt wurde. Beim Cylinder wurde ungefähr 1,5—1,6 cm der Höhe verwendet. Da das Spectrum dieses reflectirten Lichtes sehr schwach war, habe ich das Prisma des Photometers weggenommen und direct beobachtet, indem die beiden Spaltbilder zur Berührung gebracht wurden, nachdem deren Farbe künstlich durch farbige Gläser gleich gemacht worden war. Durch diese Anordnung erhielt man hellere und leichter zu beobachtende Bilder. — Die Kugel, bez. der Cylinder wurde in der Mitte des Tischchens aufgestellt und durch die verschiedenen Stellungen der Beleuchtungslampe die Phasen erzeugt.

Allein es stellte sich jetzt ein anderer Uebelstand ein, der die Sicherheit eines Theiles der Beobachtungen verminderte. Wurde die Phase kleiner als 80^0, so zeigte deren Spaltbild auch eine Phase, welche Eigenthümlichkeit ich trotz verschiedener Versuche nicht wegbringen konnte, und ich stellte deshalb immer auf den helleren Theil ein. Die beobachtete Curve verläuft sehr regelmässig.

Phase	Kugel		Cylinder		Phase	Kugel		Cylinder	
	A	B	A	B		A	B	A	B
160	1000	1000	1000	1000	80	202	256	365	415
150	944	898	1127	982	70	142	211	257	309
140	793	909	1024	1020	60	87	126	185	166
130	680	803	1052	987	50	69	104	97	92
120	571	695	916	899	40	51	67	68	56
110	483	600	866	801	30	40	43	44	53
100	377	458	663	655	20	52	16	26	34
90	288	378	492	507					

Unter A sind die Helligkeiten gegeben, die beide Körper reflectirten, nachdem deren Oberflächen mit Kreide weiss gemacht waren; in den Columnen B sind die Helligkeiten gegeben, die beide Körper reflectirten, nachdem deren Oberflächen mit einer dünnen Gypsschicht bedeckt und auf derselben dadurch starke Unregelmässigkeiten entstanden waren. Die Erhöhungen betrugen mehrere Millimeter, und vergrösserte sich der mittlere Durchmesser beider Körper um ca. 3 mm.

Auf der beigegebenen Figur sind die erhaltenen Werthe graphisch dargestellt und dazu die Curven gezeichnet, wie sie sich nach Lambert und Zöllner, bez. Searle-Seeliger ergeben. Man erkennt daraus, dass die von mir gefundenen Werthe für die Kugel B am nächsten noch durch die Lambert'sche Formel dargestellt wird. Die Beobachtungen Zöllner's am Monde dagegen geben viel kleinere Werthe.

Vergleichung zwischen Theorie und Beobachtungen.

Treffen Lichtstrahlen auf einen Körper, so können unter der Voraussetzung, dass der Körper weder fluorescirt, noch phosphorescirt oder sonst selbständig Licht aussendet, zwei Vorgänge unterschieden werden. Der eine Theil der Strahlen wird an der Oberfläche reflectirt, der andere dringt in den Körper ein.

Die in den Körper eindringenden Strahlen können zerfallen in solche, welche den Körper durchsetzen, solche, welche vollständig absorbirt, und solche, welche von innen heraus

reflectirt werden. Mit den ersten beiden Arten haben wir uns hier nicht zu beschäftigen. Wir betrachten daher nur das gesammte reflectirte Licht.

Die Helligkeit eines beleuchteten gegebenen Körpers hängt einerseits von der geometrischen Lage der in Betracht kommenden Strahlen gegenüber der Normalen zum Körper und der Einfallsebene derselben, andererseits von Vorgängen mehr physikalischer Natur ab. Man kann daher sagen:

Bei dem von einem beleuchteten Körper ausgesandten Lichte ist zu unterscheiden:

1) die Richtung, unter welcher das Licht auf ihn trifft, d. i. der Incidenzwinkel i;

2) die Richtung, von welcher aus der Körper betrachtet wird, der Emanationswinkel ε;

3) der Winkel, den die Ebenen der einfallenden und austretenden Strahlen miteinander bilden, d. i. ihr Azimuth w;

4) das von der Oberfläche reflectirte Licht, sei es regelmässig oder diffus zurückgeworfen. Diese beiden Theile können aber getrennt behandelt werden, da das regelmässig zurückgeworfene Licht nur in ganz gewissen Richtungen vorkommt, was von der mehr oder weniger körnigen Structur der Oberfläche abhängt. Wir haben es hier nur mit dem diffus reflectirten Lichte zu thun;

5) das von Theilen aus dem Innern des Körpers heraus reflectirte Licht, sei es direct oder nach mehrfachen Reflexionen oder von der Rückfläche des Körpers kommend. Hierbei ist für die verschiedenen Substanzen der Brechungsexponent zu berücksichtigen.

6) Ferner kommt das Diffusionsvermögen der Grenzfläche des Körpers und das der im Innern desselben liegenden Theile in Betracht. Man versteht darunter die Fähigkeit, Licht zu verbreiten, die von der Feinheit des Kornes der Oberfläche der Substanzen und der inneren Structur abhängt. Die beiden Diffusionsvermögen brauchen nicht einander gleich zu sein.[1])

1) Vgl. O. Chwolson, Bull. de l'acad. d. St. Pétersbourg. **31.** p. 213. 1886 u. A. Lallemand, Journ. de Phys. **5.** p. 329. 1876.

7) Das jeder Substanz eigenthümliche Absorptionsvermögen, welches im allgemeinen eine Function der Wellenlänge sein wird.

8) Von der Tiefe, aus der noch Licht reflectirt wird, welche von dem Absorptionsvermögen abhängt.

9) Die Polarisation des reflectirten Lichtes.[1])

Zöllner[2]) suchte die Lambert'sche Formel:

$$Q = J \cdot \mu \frac{\cos i \cdot \cos \varepsilon}{r^2} dp\, dq$$

zu stützen, indem er die Erscheinungen der strahlenden Wärme, wie sie durch Fourier[3]), Poisson[4]) und Melloni[5]) erforscht wurden, auf das Licht anwandte. Allein die Beobachtungen über die diffuse Reflexion konnte er so nicht erklären, sondern kommt nur zu dem Schlusse, dass die Helligkeitsänderungen, welche eine zerstreut reflectirende Oberfläche bei verschiedenen Incidenz- und Emanationswinkeln des ein- und ausstrahlenden Lichtes zeigt, ganz charakteristisch für die Natur und physikalische Beschaffenheit jener Oberfläche sein müssen.

Eine eingehende theoretische Untersuchung über die diffuse Reflexion hat neuerdings Hr. Prof. Lommel[6]) gegeben. Er stellt statt des Emanationsgesetzes von Lambert den Satz auf, dass das von einem Volumenelement ausstrahlende Licht auf dem Wege innerhalb des strahlenden Körpers nach Maassgabe des Absorptionsgesetzes geschwächt wird. Unter dieser Voraussetzung entwickelt er für diffus reflectirende Körper von solcher Schichtdicke oder Undurchsichtigkeit, dass bis zur Rückseite desselben kein merkliches Licht vordringt, die Formel:

$$L = \frac{d\omega}{4\pi} \cdot a \cdot \frac{l}{2m} \cdot \frac{2\cos i \cos \varepsilon}{\cos i + \cos \varepsilon} \left(1 + \frac{2\frac{l}{m}}{1 - 2\frac{l}{m}\varphi} \left[\cos i \log \frac{1+\cos i}{\cos i} + \cos \varepsilon \log \frac{1+\cos \varepsilon}{\cos \varepsilon} \right] \right)^{7}).$$

1) J. Violle, Compt. rend. **105.** p. 111. 1887 u. oben p. 25.
2) F. Zöllner, Phot. Unters. p. 15.
3) M. Fourier, Théorie analytique de la chaleur. Paris 1822. §. 48.
4) Poisson, Théorie mathématique de la chaleur. Paris 1855.
5) Melloni, La thermochrose. Naples 1850.
6) E. Lommel, Sitzber. d. Münch. Acad. math.-phys. Cl. p. 95. 1887.
7) Ueber die Bedeutung der einzelnen Buchstaben siehe l. c. p. 97.

Unter Berücksichtigung der Schichtdicke E findet Hr. Lommel einen viel complicirteren Ausdruck[1]), der eine Anwendung nur sehr schwer gestattet. Uebrigens gibt ein Vergleich dieser Theorie mit Beobachtungen, wie Hr. Lommel selbst zeigt, ebenso wie das Lambert'sche Gesetz, nur eine Annäherung und nicht ein vollkommenes Uebereinstimmen beider.

Hr. Prof. Seeliger[2]) gelangt, von ähnlichen Ueberlegungen ausgehend wie Hr. Lommel, zu der Formel:

$$Q = \gamma \,.\, d\sigma \,.\, df \cdot \frac{\cos i \cos \varepsilon}{\mu \cos i + \cos \varepsilon},$$

wo γ eine beliebige Constante, $d\sigma$ leuchtendes, df bestrahltes Flächenelement, μ Absorptionscoëfficient für die ausgesandten, bez. einfallenden Lichtstrahlen, i und ε Incidenz- und Emanationswinkel, und zwar abhängig von dem Brechungsvermögen des Körpers bedeuten.

Hr. Prof. Seeliger will diese Formel nur für die Planeten mit dichten Atmosphären angewendet wissen und hat dieselbe mit Erfolg auf den Planeten Saturn angewendet.[3])

Ein Vergleich aller dieser Theorien mit den Beobachtungen zeigt, dass sie nur mangelhaft diese darzustellen vermögen. Auch zeigen dieselben, dass die Formel in Bezug auf i und ε nicht symmetrisch sein könne. Wollte man alle bei diesem Problem in Frage kommenden Momente berücksichtigen, so käme man zu weitläufigen Formeln mit sehr vielen Constanten, die bis jetzt noch nicht getrennt bestimmt werden können, wie die Untersuchungen von Hrn. Lommel darthun.

Ich möchte nur noch kurz einen Versuch mittheilen, wobei man, ähnlich wie bei den selbstleuchtenden Körpern, nur eine Absorption annimmt, die ja wirklich bei diffus zerstreuenden Körpern auch stattfindet. Ich verfahre dabei wie Hr. Prof. H. C. Vogel[4]), der, gestützt auf die Annahme, dass das Licht der Sonne nicht nur von der Oberfläche, sondern auch von innen heraus komme, findet, dass das Verhältniss μ der

1) E. Lommel, l. c. p. 115.

2) H. Seeliger, Vierteljahrschrift d. astr. Gesellsch. **21.** p. 220. 1886.

3) H. Seeliger, Abhandl. d. Münch. Acad. II. Cl. **16.** II. Abth. p. 405. 1887.

4) H. C. Vogel, Berl. Monatsber. März 1877. p. 104.

Intensität eines Punktes im Abstande $\sin\theta$ zur Mitte der Scheibe ist:

$$u = \frac{e^{-\frac{f}{\cos\theta}}}{e^{-f}}.$$

Für die Sonne, die mit dichten Gasen bedeckt ist, wird dies auch gelten, da ja der Brechungsexponent der dort vorhandenen Gase wohl nahezu eins ist.

Analog kann man die Emanation des reflectirten Lichtes darstellen, wo dann für θ der Emanationswinkel ε zu setzen, und f eine noch zu bestimmende Constante bez. Function ist. Man findet so das Intensitätsverhältniss q aus:

$$e^{-\frac{k}{\cos\varepsilon}} = q e^{-k},$$

woraus:

$$\log\text{nat}\, q = -2k \frac{\sin^2\frac{\varepsilon}{2}}{\cos\varepsilon}.$$

Nimmt man nun nach Lambert die Helligkeit dem Cosinus des Incidenzwinkels proportional an, so bekommt man:

$$q = \frac{e^{-\frac{k}{\cos\varepsilon}}}{e^{-k}} \cdot \cos i = e^{-\frac{2k}{\cos\varepsilon} \cdot \sin^2\frac{\varepsilon}{2}} \cdot \cos i.$$

Man berechnet demzufolge zunächst für $i = 0$ die Werthe q für die verschiedenen Emanationswinkel und multiplicirt die so gefundenen Werthe mit dem Cosinus des betreffenden Incidenzwinkels.

Es soll nun noch in Kürze gezeigt werden, inwieweit die vorhandenen Theorien das vorliegende Beobachtungsmaterial darzustellen vermögen. Einige Tabellen der Differenzen zwischen Rechnung und Beobachtungen, in Procenten ausgedrückt, werden darthun, dass dies nur mangelhaft der Fall ist.

Das Lambert'sche Gesetz.

Biscuit. Diff. Beob. — $\cos i$ in Procenten.

ε	$i = 0^0$	10	20	30	40	50	60	70	80
0^0	0	—	+ 1	+ 1	+ 8	+10	+10	+ 6	+ 3
10	—	+ 1	+ 1	+ 2	+ 3	+ 3	+ 5	+ 1	+ 5
20	+ 1	+ 3	+ 5	+ 6	0	0	+ 5	+ 6	0
30	0	— 1	+ 1	+ 2	+ 4	+ 1	+ 2	— 1	+12
40	0	— 2	— 2	0	— 2	+ 6	+ 1	+11	+12
50	+ 3	+ 1	— 1	— 2	+ 5	+ 4	+19	+ 8	+13
60	— 3	— 1	— 2	— 5	—10	+14	+19	+30	+16
70	— 9	— 18	— 9	— 9	—18	+ 2	+23	+34	+61
80	—116	—118	—105	—88	—69	—49	—31	+38	+79

Die Annahme der Proportionalität der Lichtquantitäten gleich dem Cosinus gibt also ziemlich gute Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung bei Biscuit; schlechter wird dies bei den anderen Substanzen:

Beobachtung — cos i in Procenten.

ε	Marmor unpolirt				Sandstein		Gyps A		Gyps B		Schrot klein		Schrot gross	
	$i=0$	30	60	70	$i=0^0$	45	$i=0^0$	45	$i=0^0$	45	$i=0^0$	45	$i=0^0$	45
0^0	0	− 1	− 5	0	0	+12	0	− 8	0	+ 17	0	− 4	0	− 24
20	—	—	—	—	−13	—	− 8	—	+ 8	—	+ 1	—	− 4	—
30	− 8	− 5	+12	+15	—	+ 2	—	−14	—	− 24	− 5	−19	− 8	− 30
45	−10	—	—	—	− 7	+ 5	− 2	−20	+18	− 2	− 2	−40	− 6	− 60
60	− 6	− 2	+20	+32	− 3	+10	−14	−21	−36	− 38	+ 3	−68	−14	− 75
70	−13	+ 2	+34	—	− 5	+ 3	− 3	−25	−95	−142	+ 5	−80	−20	− 96
i					$\varepsilon=0^0$	45	$\varepsilon=0^0$	45	$\varepsilon=0^0$	45	$\varepsilon=0^0$	45	$\varepsilon=0^0$	45
0^0	—	—	—	—	0	− 7	0	− 2	0	+ 18	0	− 4	0	− 46
20	—	—	—	—	+ 4	—	− 4	—	+10	—	− 2	—	− 5	—
30	—	—	—	—	—	+12	—	− 6	—	− 2	—	−19	—	− 42
45	—	—	—	—	+12	+ 5	− 8	−19	+17	− 2	− 4	−40	−24	− 60
60	—	—	—	—	+11	+21	+ 3	−12	+19	− 10	+ 1	−68	− 7	− 98
70	—	—	—	—	+18	+20	+ 9	−26	− 8	+ 9	+ 1	−80	− 8	−109
80	—	—	—	—	+12	+36	+ 2	−50	− 4	+ 22	—	—	0	− 76

Das Lommel'sche Gesetz.

Beobachtung — Rechnung in Procenten.

i	Biscuit $\varepsilon = 0^0$	Marmor unpolirt $\varepsilon = 0^0$	Sandstein $\varepsilon = 0^0$	Gyps A $\varepsilon = 0^0$	Gyps B $\varepsilon = 0^0$	Schrot klein $\varepsilon = 0^0$	Schrot gross $\varepsilon = 0^0$
20^0	− 2	− 4	+ 2	− 7	+ 8	− 4	− 8
30	− 4	− 5	—	—	—	—	—
40	− 1	−14	—	—	—	—	—
45	—	—	+12	− 7	+17	− 3	−23
50	− 5	−28	—	—	—	—	—
60	−10	−29	−10	−22	− 1	−22	−32
70	−20	−32	− 9	−20	−43	−30	−43
80	−22	−33	−22	−36	−46	−64	−40

Hierbei ist die Albedo nach Lambert 0,4 angenommen worden, da wir es hier nur mit weissen Körpern zu thun haben und die wirklichen Albedo der benutzten Substanzen nicht kennen. Hierbei zeigt selbst Biscuit, das der Annahme für die Albedo 0,4 am besten entsprechen muss, keine wesentlich bessere Uebereinstimmung als das Lambert'sche Gesetz.

Das Gesetz von Seeliger, der dasselbe allerdings nur auf Planeten mit dichten Atmosphären anwendet, zeigt ähnliche Abweichungen. Man erkennt dies schon aus der Bestimmung der Constanten k aus den Beobachtungen. Bildet man z. B. für Biscuit:

$$\frac{\cos i}{k \cos i + 1} : \frac{1}{1 + k} = b,$$

wo b die beobachtete Lichtquantität bedeutet, so erhält man für k:

$i =$	20^0	30^0	40^0	50^0	60^0	70^0	80^0
$k =$	0,16	0,09	0,56	0,37	0,25	0,10	0,03.

Endlich die Annahme einer einfachen Absorption:

$$e^{-\frac{k}{\cos \varepsilon}} = q \,.\, e^{-k}$$

gibt auch nur eine Annäherung, indem zwar die Beobachtungen an Biscuit einigermassen gut dargestellt werden, ebenso die von Marmor, aber nicht die der anderen Flächen. Versuche ähnlicher Art mit anderen Formeln, wie:

$$Q = e^{-f \frac{1 - \cos i \,.\, \cos \varepsilon}{\cos i \,.\, \cos \varepsilon}}$$

gaben ebenfalls keine günstigeren Resultate, ausser wenn man für f ziemlich complicirte Functionen annahm, so z. B. bei Biscuit:

$$f = 0{,}33 \sin^4(40 + i) + 0{,}47 \sin^2(40 + 1) \,.\, \cos^2(45 + \varepsilon) + 0{,}1 \cos(45 + \varepsilon) \,.\, \sin i,$$

bei Gyps A:

$$f = 0{,}9 \,.\, \sin^4(50 + i) \text{ u. s. w.}$$

Allein solchen willkürlichen Werthsystemen kann höchstens nur eine praktische Bedeutung beikommen.

Aus allen diesen Vergleichungen geht hervor, dass keine der aufgestellten Formeln das Phänomen der diffusen Reflexion vollkommen darzustellen im Stande ist. Alle liefern zwar für die Beobachtungen an Biscuit innerhalb gewisser Grenzen ziemlich gute Uebereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung. Wird aber die Substanz oder ihre Oberfläche weniger gleichmässig, so liefern die Formeln ganz unbrauchbare Werthe. Ferner sind die Formeln alle so beschaffen, dass Einfalls- und

Ausstrahlungswinkel miteinander vertauschbar sind; die Beobachtungen zeigen aber, dass dies in Wirklichkeit nicht der Fall ist.

Ehe indess wohl eine Theorie dieser Erscheinungen vollständig entwickelbar und prüfbar ist, müssen über die oben angedeuteten Punkte noch Untersuchungen angestellt werden, durch welche die miteinander verbundenen sehr verwickelten Phänomene getrennt werden.

Zum Schlusse erfülle ich noch eine angenehme Pflicht, indem ich Hrn. Director Prof. H. C. Vogel in Potsdam und Hrn. Prof. E. Wiedemann in Erlangen meinen besten Dank ausspreche. Ersterem für die ausserordentliche Bereitwilligkeit, mit der er mir nicht nur die vorhandenen Instrumente des astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam zur Verfügung stellte, sondern auch einen kostspieligen Apparat für diese Untersuchungen bauen liess, letzterem für die reichliche Unterstützung und Anregung, die er mir bei der Anstellung weiterer Versuche und bei der Bearbeitung vorliegender Arbeit angedeihen liess.

Erlangen, im Februar 1888.

VITA.

Joannes Baptista Messerschmitt natus sum a. d. V. Id. Decembr. anni MDCCCLXI Bambergae, qua in urbe pater meus a negotiis remotus vitam agit. Fidem profiteor catholicam. Primis literarum elementis imbutus per tres annos scholam latinam Bambergensem et inde gymnasium quod dicitur reale Wirceburgense adii. Ab a. MDCCCLXXIX literarum scientia tentata receptus polytechnico Helvetico Turicensi interfui; tum triennio rite absoluto in Lipsiensem universitatem literarum transmigravi. Post tria semestria voluntarius Potsdamii studiis astrophysicis operam dedi. Ineunte anno MDCCCLXXXVI ad studium linguarum antiquarum et historiae incubui et mense Novembri anni insequentis in numerum civium Almae matris Erlangensis sum redactus.

Scholas autem his annis audivi, quas habuerunt viri doctissimi:

Fiedler, Frobenius, Geiser, Herzog, Keller, Kinkel, Michler, Orelli, Scherr, Schneebeli, H. F. Weber, Wild, Wolf;

Bruns, Gordan, Harzer, Neumann, Scheibner, G. et E. Wiedemann.

Quibus omnibus viris illustribus optime de me meritis, imprimis Wolf, Bruns et E. Wiedemann, gratiam semper habebo quam maximam.

Fig. 1.

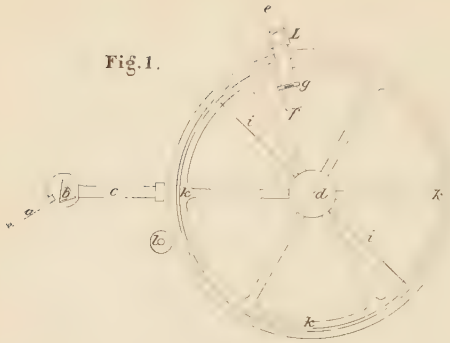
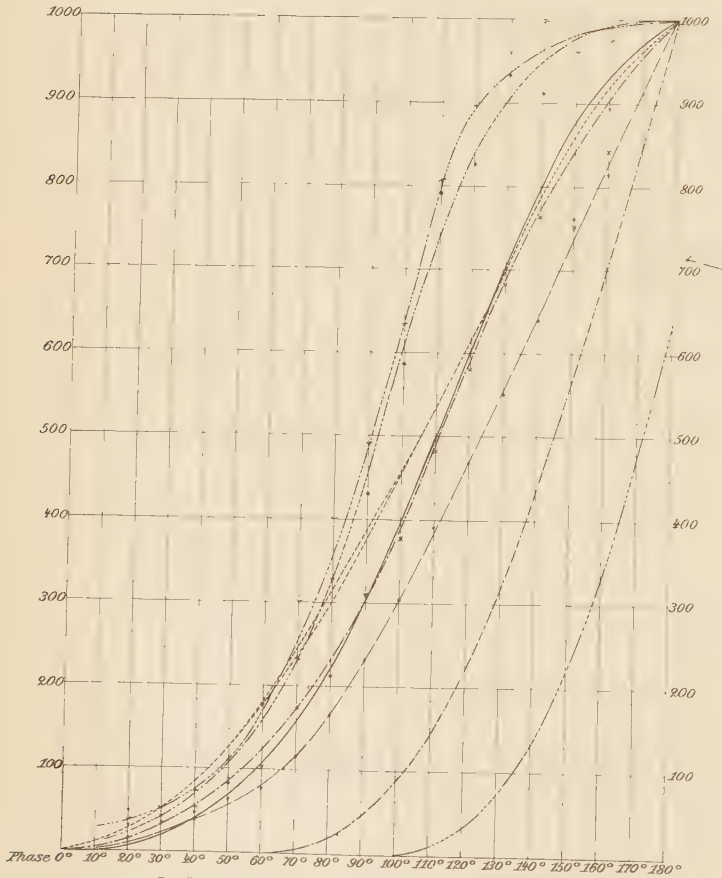
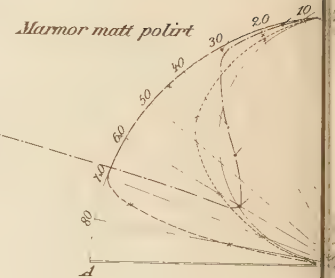

e
L
g
f
i
b
c
k
d
k
i
k

Fig. 8.


1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
Phase 0° 10° 20° 30° 40° 50° 60° 70° 80° 90° 100° 110° 120° 130° 140° 150° 160° 170° 180°
Lambert · Searle β = 0°
Kugel A
Kugel B
Seeliger Q(1)/Q0(1)
Cylinder A
Cylinder B
Zöllner (Mond β = 52°)
Searle β 90°


Marmor matt polirt
10
20
30
40
50
60
70
80
A

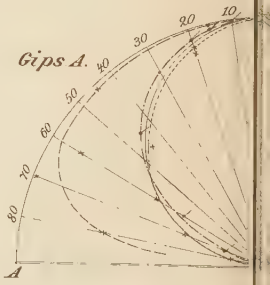
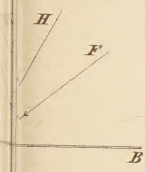

Gips A.
10
20
30
40
50
60
70
80
A

Fig. 3.



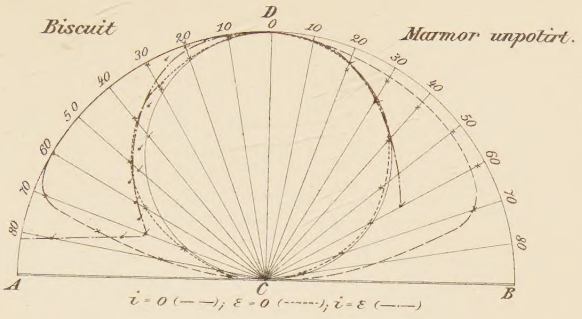
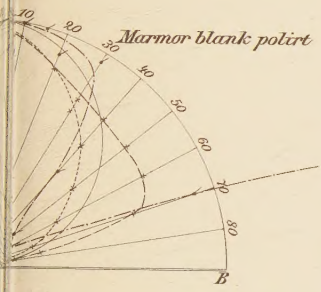


Fig. 6.



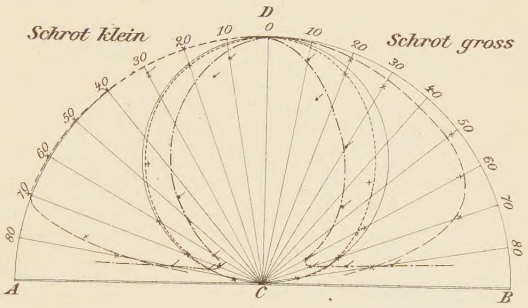
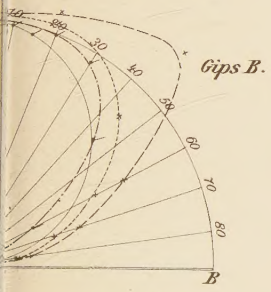
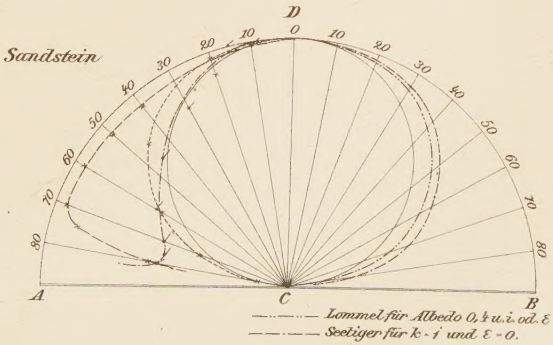



Fig. 7.